

INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

CENTRO DE ESTUDIOS CIENTÍFICOS Y TECNOLÓGICOS

"NARCISO BASSOLS"

ACADEMIA DE MATEMÁTICAS



GEOMETRÍA Y TRIGONOMETRÍA

GUÍA PARA E. T. S Y ESPECIAL

FUNCIONES EXPONENCIALES Y LOGARÍTMICAS

Calcular el valor del logaritmo de las siguientes expresiones:

$1.-\quad \log_6 216$

$2.-\quad \log_4 32$

$3.-\quad \log 0.001$

$4.-\quad \log 3$

$5.-\quad \ln 0.50$

$6.-\quad \log_3 \frac{1}{3}$

$7.-\quad \ln 7.31$

$8.-\quad \ln e$

$9.-\quad \ln 1$

$10.-\quad \log_7 49$

Expresar en forma logarítmica o exponencial las siguientes igualdades:

1) $4^{\frac{1}{2}} = 2$

2) $2^{-5} = \frac{1}{32}$

3) $\log_2 32 = 5$

4) $8^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{4}$

5) $a^2 = x$

6) $n^x = y$

7) $\log_9 9 = 1$

8) $\log_7 1 = 0$

9) $\left(\frac{3}{2}\right)^{-2} = \frac{4}{9}$

10) $\log_{10} 315 = 2.4983$

Aplicar las propiedades de los logaritmos y expresarlos en forma simplificada o expandida:

$1.-\quad \log_2 4x$

$2.-\quad \log_3 \frac{27p^2}{q}$

$3.-\quad \log_8 2x - 2\log_8 \sqrt{x}$

$4.-\quad \log \frac{v}{\sqrt{10}}$

$5.-\quad \ln 3e + \ln e^2$

$6.-\quad \ln \frac{0.30t}{e}$

$7.-\quad 2\log 5y + \log 2y$

$8.-\quad \log_b ab$

Resolver para x o b al convertir la ecuación a forma exponencial:

1) $\log_2 x = 5$

2) $\log_3 x = 4$

3) $\log_b 9 = -2$

4) $\log_b 49 = 2$

5) $\log_b 1000 = 3$

6) $\log_{\frac{1}{10}} x = -2$

Resolver los siguientes problemas

Crecimiento exponencial $y = ae^{nx}$ *Decrecimiento exponencial* $y = ae^{-nx}$

Donde a es el número de habitantes, n son los años, x es el porcentaje (en forma decimal)

1. Halle la semivida de un material que decae exponencialmente con una rapidez de 0.11% anual

2. La temperatura de un objeto esta inicialmente a 2000° C disminuye exponencialmente a razón de 25% cada minuto. Halle la temperatura en 45 segundos.

3. La cantidad de bacterias en cierto cultivo aumenta de 600 a 1800, entre las 7 a. m. Y las 9 a. m., suponiendo un crecimiento exponencial, la cantidad de bacterias “x” horas después de las 7 a. m. Esta dada por $f(x) = 600(3)^{\frac{x}{2}}$. Encontrar una expresión para la cantidad de bacterias a las 9 a. m.

4. La presión atmosférica p, en libras por pulgada cuadrada (lb/pulg^2), se puede calcular aproximadamente por medio de la formula $P = 1e^{-0.5x}$, donde “x” es la altura sobre el nivel del mar, en millas. Haga la grafica para los puntos -3<x <3.

5. Una cantidad decae exponencial mente desde un valor inicial de 255 u hasta 184 u en 1.44 segundos. Halle la constante T.

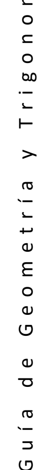
Resolver las ecuaciones logarítmicas y exponenciales aplicando las propiedades correspondientes

1. $0.2^x = 0.0016$
2. $9^x = 0.576$
3. $3^{x+1} = 729$
4. $5^{x-2} = 625$
5. $2^{3x+1} = 128$
6. $3^{2x-1} = 2187$
7. $11^{2x} = 915$
8. $10^y = 5.5 \times 10^3$
9. $e^{2x} = 1.5$
10. $e^{5-3x} = 10$
11. $e^x = 16$
12. $\log_3(x+6) + \log_3 3 = 2$
13. $\log_4 4 + \log_4(x-6) = 2$
14. $\log_5 7 + \log_5(x+6) = 3$
15. $\log(x+1) = 1 - \log(x-1)$
16. $\log_2(x^2 - x - 6) - \log_2(x+2) = 2$
17. $\log_3(2x+6) - \log_3(x-4) = 2$
18. $\log_2(x^2 - x - 6) - \log_2(x+2) = 2$
19. $\log x + \log(x+1) = \log(3x+3)$
20. $\log_3(x+2) + \log_3(x-6) = 2$
21. $\log_5(3x+6) - \log_5(x-6) = 1$
22. $\log(x-2) + \log(x+1) + 1 = \log 40$

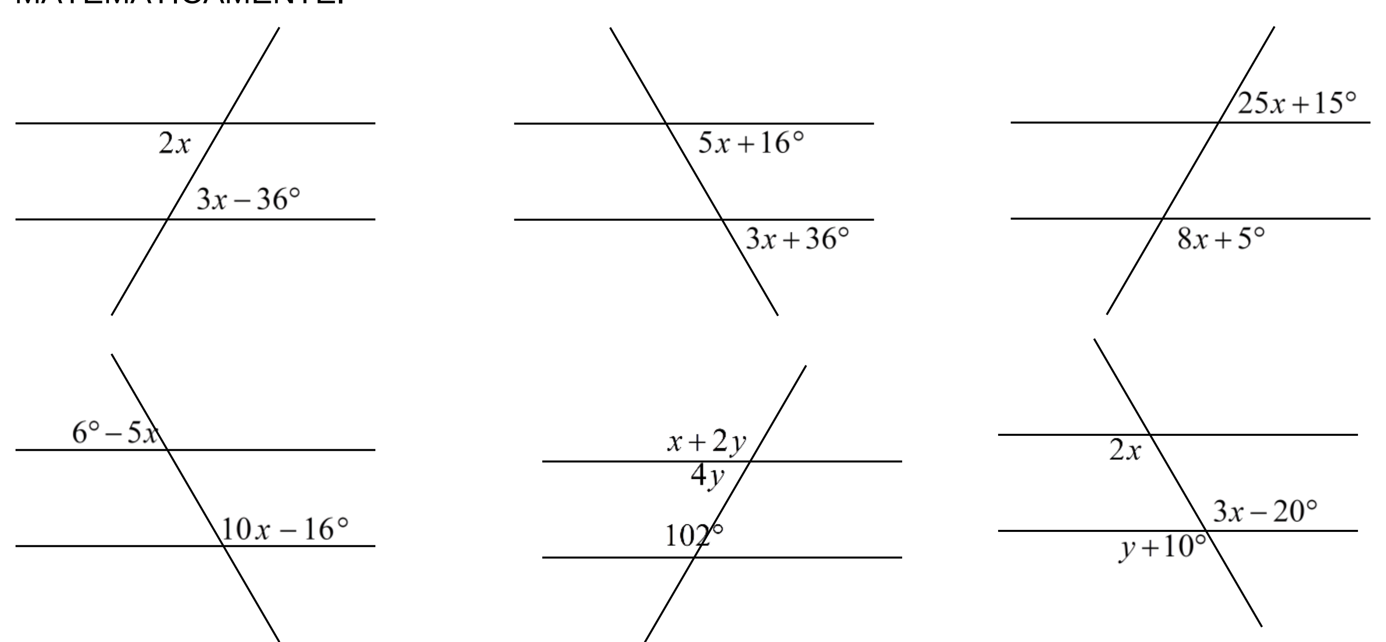
GEOMETRÍA EUCLIDEANA

Transformar las siguientes medidas angulares.

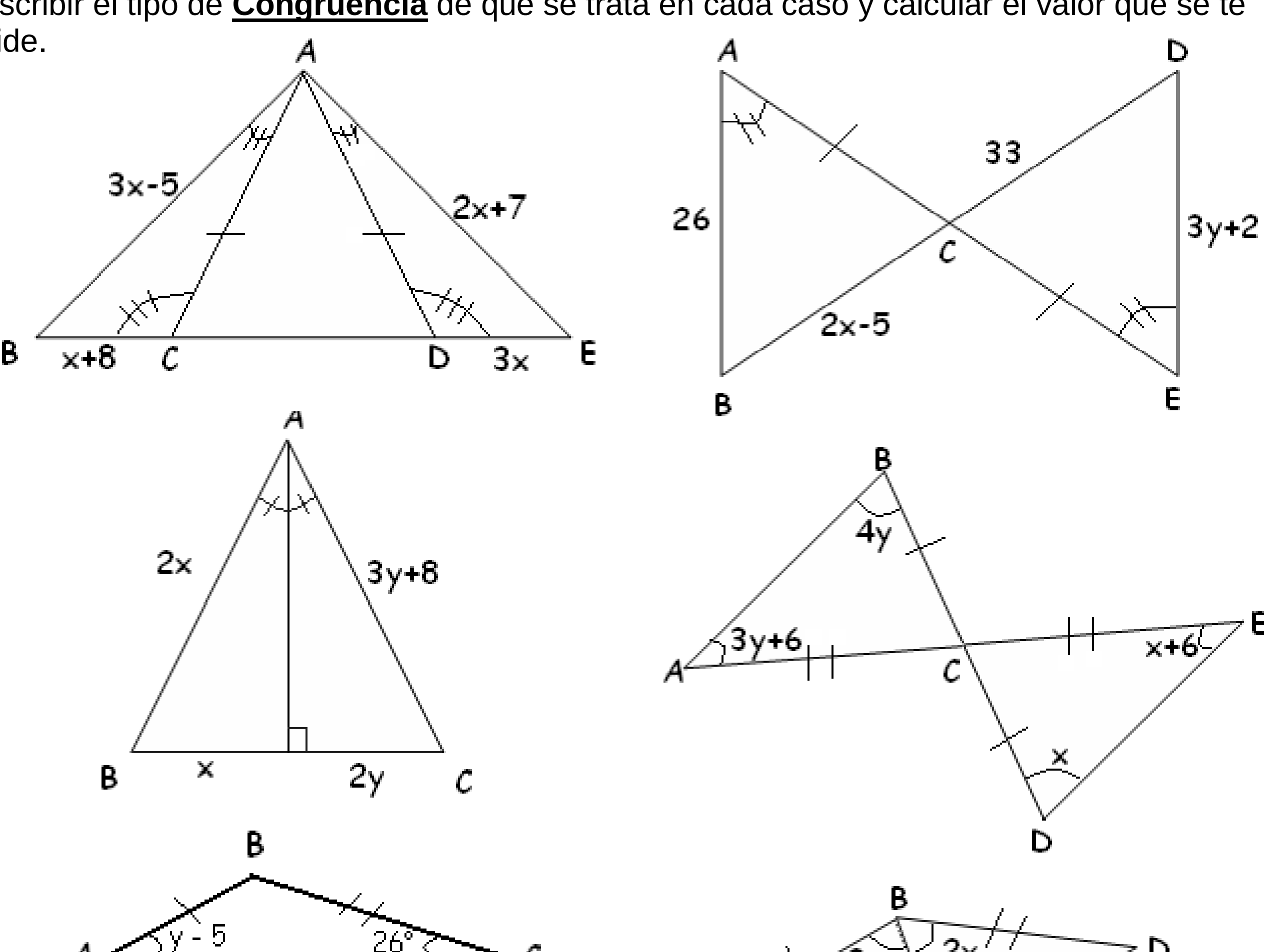
1. 157.5°
2. 64.4762°
3. 160° 40’50”
4. $\frac{8}{3}$ *rad*
5. $\frac{3}{2}$ *rad*
6. 330°
7. 180°
8. 22.5°
9. 157.5°
10. 135°
11. 1.14 *rad*
12. $\sqrt{3}$ *rad*
13. 1.718 *rad*
14. $\frac{3\pi}{4}$ *rad*
15. 0.578 *rad*
16. 0.0956 *rad*
17. 45° 20’30”
18. 542° 23’15”
19. 120°
20. 720°
21. 510°
22. $\frac{11\pi}{4}$ *rad*



Encontrar el valor de las incógnitas y de los ángulos siguientes. Explica tu respuesta MATEMÁTICAMENTE.

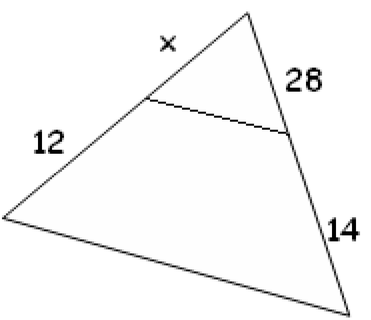


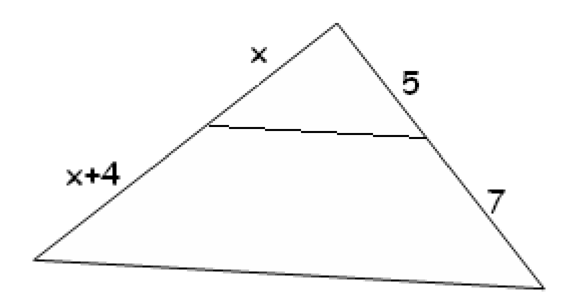
Escribir el tipo de **Congruencia** de que se trata en cada caso y calcular el valor que se te pide.

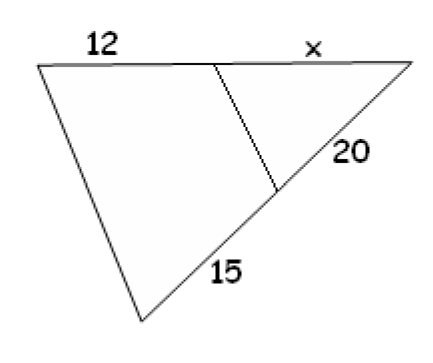


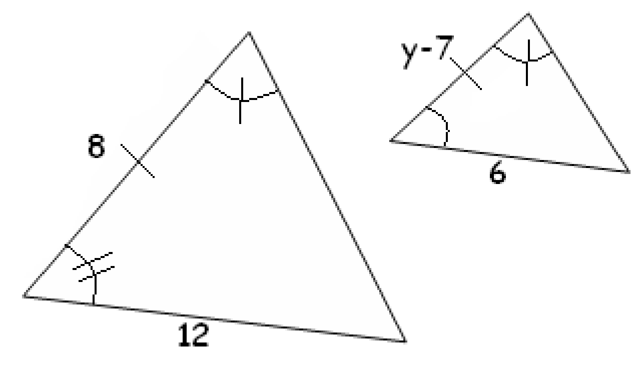


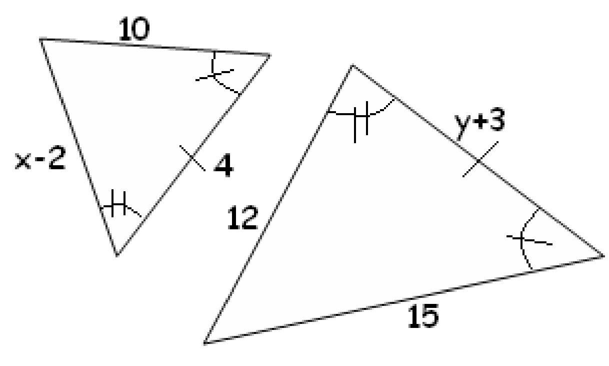
Determinar en cada caso el tipo de **Semejanza** y calcular el valor que se te pide.

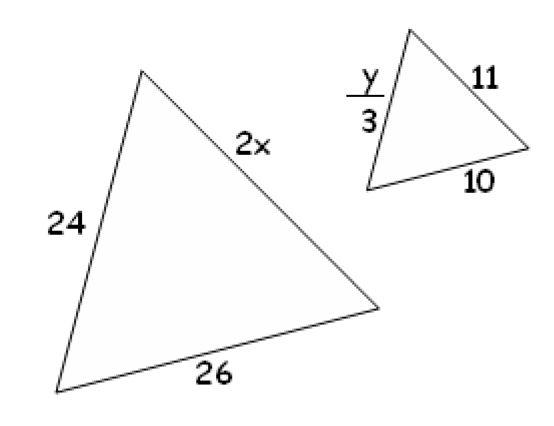


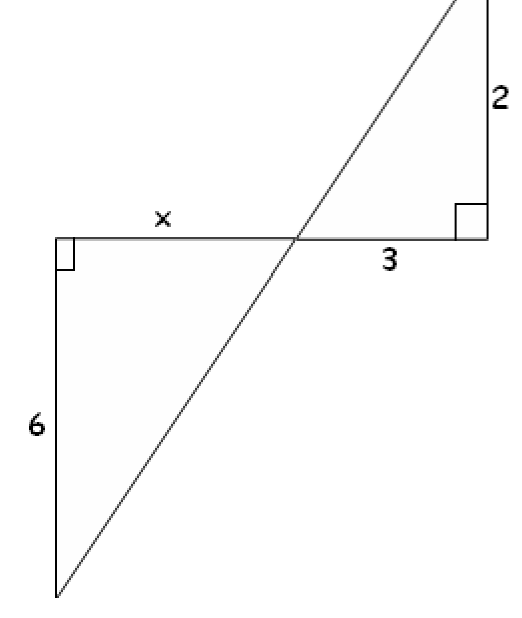


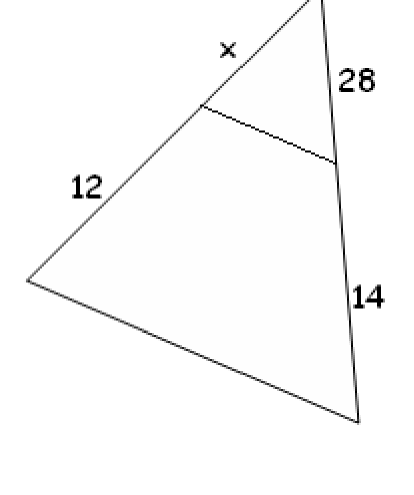












Teorema de Pitágoras

Con base en los datos de cada figura, calcular los valores que se te piden.

3000m

4000 m

5

x

20

7

D 15 C

8

B

12

A 12 F

Encuentra el valor de A C

12

13 x 13

22

3x

$\sqrt{193}$

2x-1

72 m

120 m

15

8

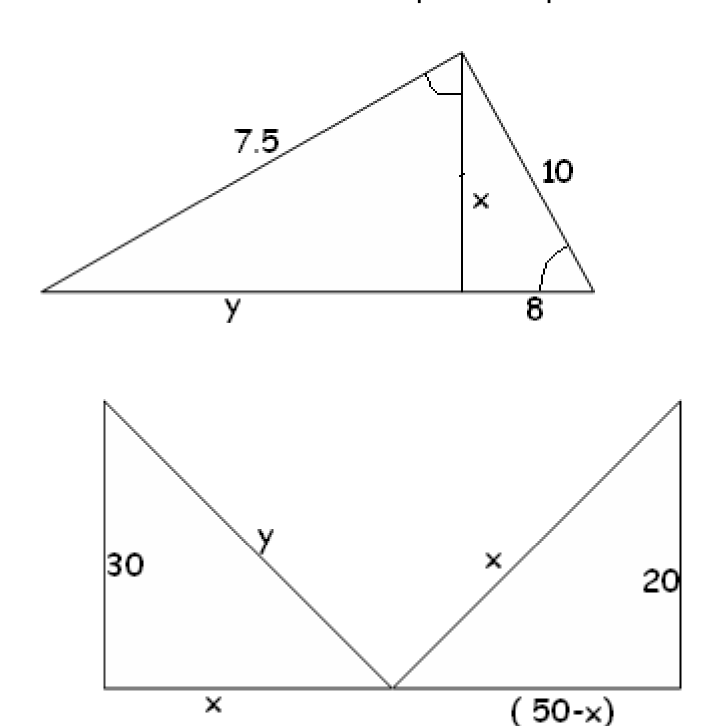
x

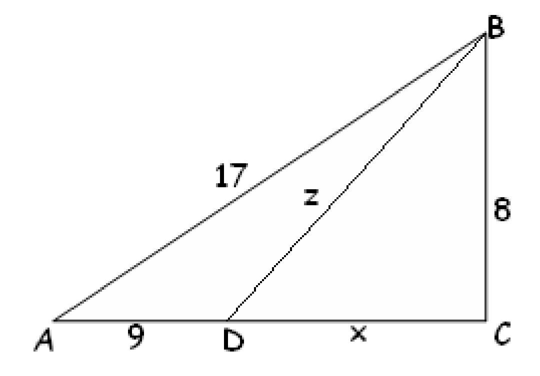
20

12



Encontrar el o los valores que se te piden en cada caso





Resolver completamente cada uno de los siguientes problemas aplicando en cada uno lo que corresponda, ya sea congruencia, semejanza, teorema de Tales o bien teorema de Pitágoras.

1) La sombra de un edificio mide 35 m. A la misma hora una varilla de un metro proyecta una sombra de 70 cm. ¿cuál es la altura del edificio?
2) Se cuenta con una escalera de 25 m y se desea subir al extremo de una torre de 10 m de altura. ¿a qué distancia se necesita colocar la base de la escalera para que el otro extremo coincida?
3) Un bote viaja 5 km en dirección sur y después 12 km en dirección este. ¿a qué distancia se encuentra el bote de su punto inicial?
4) Calcula la altura de un triángulo isósceles si sus lados iguales miden 10 cm y su base es de 18 cm.
5) Para sostener la torre de la antena de una estación de radio de 72 m de altura se desea poner tirantes de 120 m para darle mayor estabilidad, si se proyecta tender los tirantes desde la parte más alta de la torre, ¿a qué distancia del pie de esta deben construirse las bases de concreto para fijar dichos tirantes?
6) La sombra de un arbusto de 123 cm de altura es de 0.75 m; en ese momento un árbol proyecta una sombra de 24 m ¿cuál es su altura?
7) Un diamante de béisbol es un cuadrado de área 8100 pies^2. Encuéntrese cuál es la distancia del “home” a la “segunda base” en metros (1 pie = 0.3048 m)
8) Las tres bases a que se sujetan los cables que sirven para la estabilidad de la torre de una antena están situadas a 36 m del pie de la misma. Calcular la longitud de los cables, si estos se fijan a la torre a 48 m de altura.

9) La torre de una planta de energía tiene 100 m de altura y su sombra tiene una longitud de 40 m. A la misma hora una antena proyecta una sombra de 16 m de longitud ¿cuál es la altura de la antena?

10) Una persona mide 1.72 m de altura observa en un momento dado que su sombra mide 0.65 m y que la de un edificio situado a su lado mide 8.40 m. Calcular la altura del edificio.

11) Calcular la altura de un triángulo equilátero que mide 10 m por lado.

12) Dos triángulos rectángulos tienen los mismos ángulos y por lo tanto son semejantes, los catetos del primer triangulo tienen 3.20 cm y 4.80 cm de longitud. La hipotenusa del segundo triangulo tiene una longitud de 11.2 cm. Obténgase la longitud de cada uno de los catetos del segundo triangulo.

13) ¿Cuál es la altura de una torre del campanario de una catedral si dicha torre proyecta una sombra de 18 m y si al mismo tiempo la barda del atrio de 5 m proyecta una sombra de 1.2 m?

14) ¿A qué altura llega una escalera de 10 m de largo, en un muro vertical, si su pie está a 3m del muro?

15) Encuentra la altura de un triángulo isósceles que tiene de medidas:

a) a=10, b=12   b) a=30, b=36   c) a=18, b=4

a= Lados iguales   b= Lado diferente

POLÍGONOS

1. La suma de los ángulos interiores de un polígono convexo es de 540º. ¿Cuántos vértices tiene?
2. Encuentre el número de grados de la suma de los ángulos interiores de un polígono de 10 lados.
3. ¿Cuál es el polígono regular cuyo Angulo interior es de 60º?
4. ¿Cuántas diagonales se pueden trazar desde todos los vértices de un polígono de 20 lados?
5. ¿Cuál es el polígono en el que se pueden trazar 10 diagonales desde uno de sus vértices?
6. ¿Cuál es el polígono en el que se pueden trazar 54 diagonales desde todos sus vértices?
7. ¿Cuántas diagonales tiene en total un heptágono?
8. ¿Cuál es el polígono cuyos ángulos interiores suman 720º?
9. ¿Cuál es el polígono cuyo Angulo interior vale 135º?
10. Calcular el valor de un Angulo interior de un decágono.
11. ¿Cuál es el polígono en el que se pueden trazar 14 diagonales en total?
12. ¿Cuál es el polígono cuya suma de ángulos interiores vale 1260º?
13. Calcule el número de diagonales que se pueden trazar desde un vértice de un eneágono.
14. Determinar el polígono cuyo ángulo interior vale 135°.
15. Calcular el número de diagonales que se pueden trazar desde un vértice de un eneágono.
16. Hallar la suma de los ángulos interiores de un hexágono.
17. ¿Cuál es el polígono en el que se pueden trazar tres diagonales desde un vértice?
18. Hallar el valor de un ángulo exterior de un polígono regular de 20 lados.



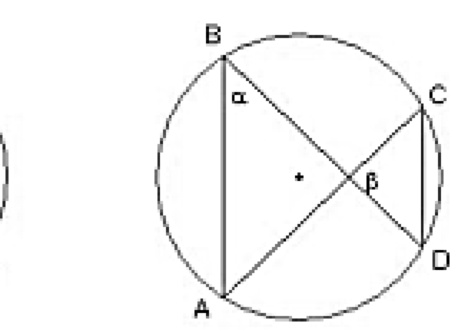
19. ¿Cuál es el polígono en el cual se pueden trazar 14 diagonales en total?

20. ¿Qué polígono tiene:
    a. 25 diagonales más que lados
    b. 15 diagonales más que lados
    c. 10 diagonales más que lados
    d. 5 diagonales más que lados
    e. 30 diagonales más que lado

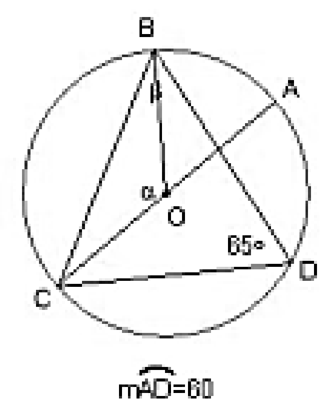
Calcular el valor de los ángulos que se piden

1. De acuerdo con cada figura determine las medidas de α y β.

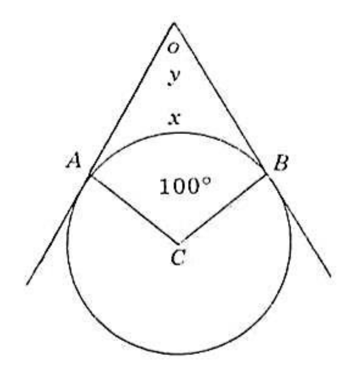
$BD \parallel AE$ $\quad m\widehat{AB}=100$ $\quad m\widehat{CD}=30$



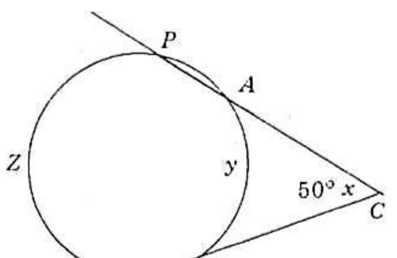
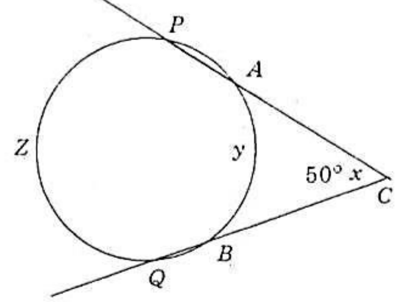
$CD \parallel AB$ $\quad m\widehat{BC}=100$

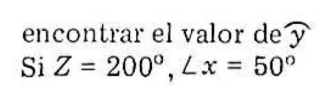


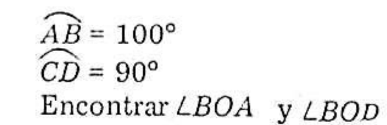
$m\widehat{AD}=60$

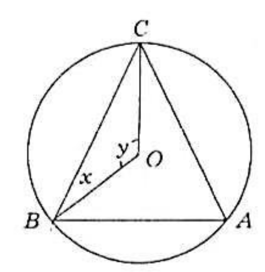


Encontrar $\widehat{x}$ y $\angle y$,
si $x = \widehat{AB}$ $y = \angle O$

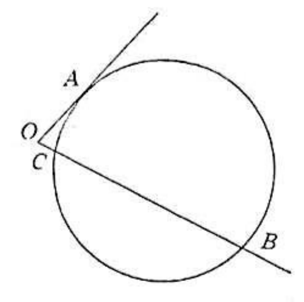




encontrar el valor de $\widehat{y}$
Si $Z = 200°$, $\angle x = 50°$

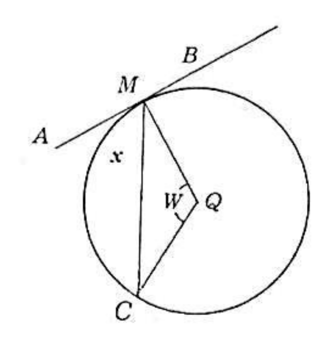

$\widehat{AB} = 100°$
$\widehat{CD} = 90°$
Encontrar $\angle BOA$ y $\angle BOD$



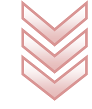
$\overline{CO}$ es bisectriz
$\triangle ABC$ = isósceles
$\angle B = 65°$
Calcular $\angle A$, $\angle C$,
$\angle y$ central y
$\angle x$ inscrito



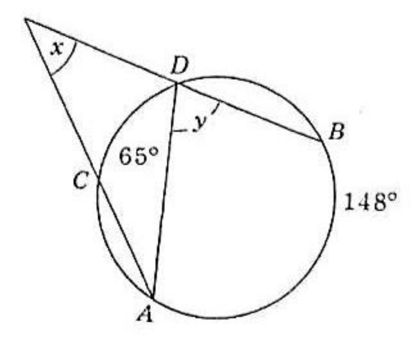
$\widehat{AB} = 180°$
$\angle COA = 73°$
Calcular $\widehat{BC}$



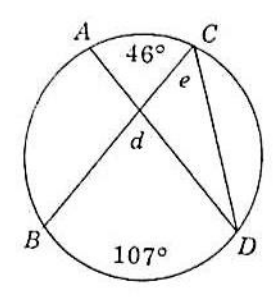
$\overline{AB}$ tangente en M
$W = 120°$ es ángulo central
Si $\angle x = 62°$,
cuánto mide $\widehat{MC}$



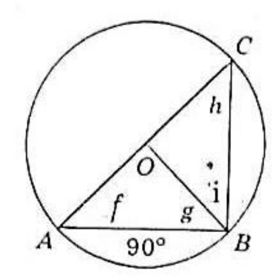
Calcular los ángulos que se piden de acuerdo con las medidas de las figuras.



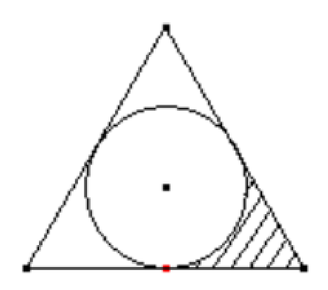
Con los datos de la figura superior calcular $\angle x$ y $\angle y$



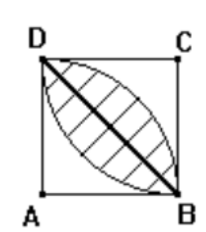
Determinar $\angle d$ y $\angle e$



Determinar $\angle O$ $\angle f$ $\angle g$ $\angle h$ y $\angle i$

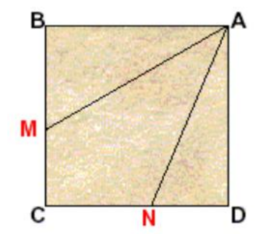


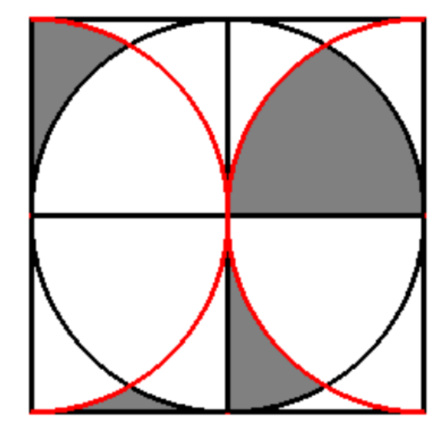
El triangulo es equilatero de lado 4 cm. La circunferencia està inscrita. Hallar el area de la parte rayada.



ABCD es un cuadrado de lado 4 cm. Hallar el área de la parte rayada

Tres hermanos se han de repartir un campo cuadrado en tres partes iguales, de la manera que se indica en el dibujo porque en el vértice A hay un pozo que han de compartir. Teniendo en cuenta que el lado del campo es de 60 metros y que quieren garantizar que los tres campos tengan la misma superficie. ¿A qué distancia han de estar los puntos M y N del vértice C?

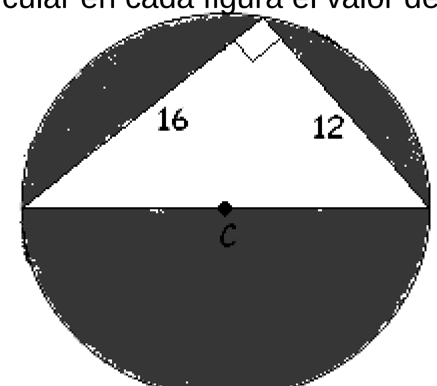


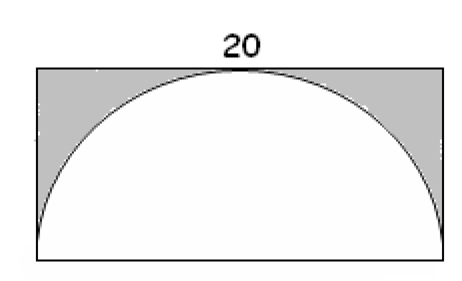


El radio de la circunferencia es de 5 centíme
Calcular el área de la región sombreada.
AYUDA: Trasladar algunas áreas a otras reg
para obtener una región conocida.



Calcular en cada figura el valor del área sombreada.





TRIGONOMETRÍA

Dada cada una de las siguientes funciones trigonometricas, escribe las faltantes además de encontrar los ángulos, según el cuadrante en el que se encuentren.

1) $\tan B = -\sqrt{2}$ en el cuarto cuadrante
2) $senA = \frac{4}{6}$ en el segundo cuadrante
3) $\sec B = -3$ en el tercer cuadrante
4) $\csc A = -\frac{2\sqrt{3}}{3}$ en el tercer cuadrante
5) $\cos A = \frac{1}{3}$ en el cuarto cuadrante

Calcular los valores exactos de las siguientes operaciones.

1) $-2\ sen\,45° \cos 45° =$
2) $\frac{\cot 30°}{\tan 60°} =$
3) $\tan 135° + \tan 45°$
4) $\frac{sen 60° - \cos 30°}{\sec 60°} =$
5) $\tan^2 60° + 2\tan^2 45 =$
6) $\frac{2\cot 30° + \sec 60°}{\csc 30°} =$

Comprobar las siguientes igualdades

1) $sen^4\theta - \cos^4\theta = 2\,sen^2\theta$
2) $(\sec\theta - \tan\theta)(\sec\theta + \tan\theta) = 1$
3) $\csc^2\theta(1 - \cos^2\theta) = 1$
4) $\frac{1}{\sec\theta + \tan\theta} = \sec\theta - \tan\theta$
5) $\frac{\cot B}{\cos B} = \frac{1}{senB}$

Resolver las siguientes ecuaciones

1) $2sen3x = -1$
2) $2sen4x = \sqrt{3}$
3) $2sen^2x - senx - 1 = 0$
4) $\tan x = 5$

Resolver los siguientes triángulos rectángulos

1) m < A = 39.426 c = 7405 u
2) a = 25.36 u m < A = 58° 30’
3) a = 44 cm b = 25 cm
4) b = 15.25 u c = 32.5 u
5) m < A = 38° 16’ a = 25.38 cm

Resolver los siguientes triángulos oblicuángulos

1) m < A = 50° 28’	m < B = 70° 40’	c = 12.25 cm
2) m < A = 67° 15’	m < B = 51° 23’	a = 12.5 m
3) m < A = 48° 35’	a = 21.32 cm	b = 25.76 cm
4) m < A =42° 10’	m < B = 59° 30’	a = 13.5 cm
5) a = 80 cm	b = 85 cm	c = 90 cm

Resolver los siguientes problemas

1) Una columna de 27 m de altura se proyecta sobre el piso una sombra de 35.1m. Hallar el ángulo de inclinación del sol.
2) Calcular la altura de una torre si desde un punto situado a un kilómetro de la base se ve la cúspide con un ángulo de elevación de 16°42’.
3) Una torre de 28.2 m de altura está situada a orillas de un rió. Desde lo alto del edificio, el ángulo de depresión a la orilla opuesta es de 25° 12’. Hallar el ancho del rió.
4) Desde la cumbre de un cerro de 300 m de alto, el ángulo de depresión de un barco es de 17°35’. Hallar la distancia del barco al punto de observación.
5) Hallar la altura de un avión, si la sombra proyectada está a 156 m del pie de la vertical, estando el sol a 78° sobre el horizonte.
6) Dos personas de frente y a 2500 m una de otra en el mismo nivel horizontal, observan un avión con ángulos de elevación de 50° 10’ y 65° 40’. Hallar la altura del avión.
7) Una montaña separa los puntos A y B. La distancia $\overline{AC}$ = 320 m, la distancia $\overline{CB}$ = 250 m y el ángulo $\angle$ACB = 60° 45’. Hallar la distancia $\overline{AB}$.
8) Los tres lados que limitan un terreno miden 315 m, 480 m y 500 m. Calcular los ángulos que forman dichos lados.
9) Un terreno esta limitado por tres calles que se cortan. Los lados del terreno miden 312 m, 472 m y 511 m. Hallar los ángulos formados por las calles al cortarse.
10) Tres circunferencias, cuyos radios respectivamente miden 115, 150 y 225 cm, son tangentes exteriores entre sí. Encontrar los ángulos que se forman cuando se unen los centros de las circunferencias.

